

Die Schicht unterhalb von GSM/UMTS, DSL, WLAN & DVB

Wie kommen die Bits überhaupt vom
Sender zum Empfänger?

(und welche Mathematik steckt dahinter)

- **Grundlagen**
 - **Was heißt „modulieren“ eigentlich?**
 - **Wie kommt man zur digitalen Modulation?**
 - **Basisband, Sendefrequenz & Mischen**
 - **Auswirkungen der Datenrate auf die Bandbreite**

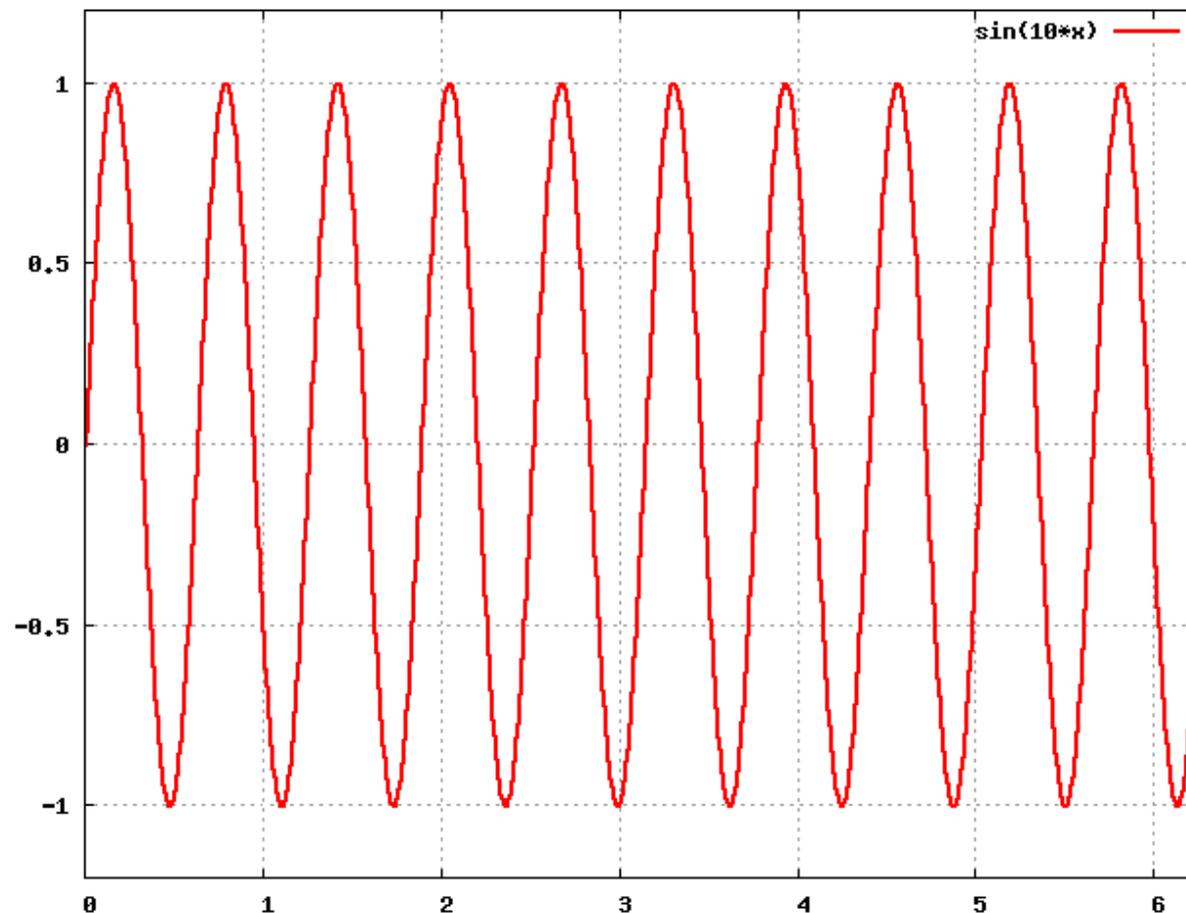
- **Die unterschiedlichen Modulations-Verfahren einiger bekannter Datendienste**



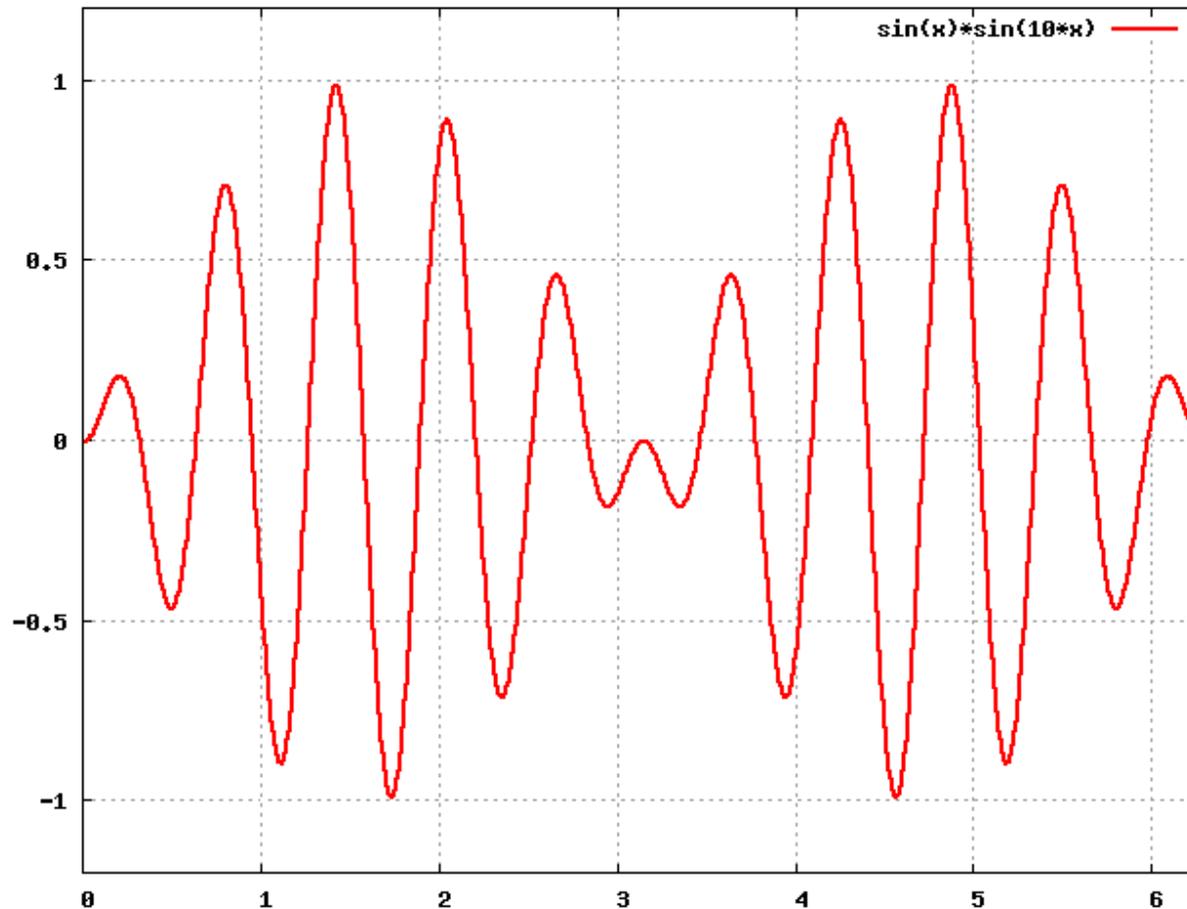
Die einfachste denkbare digitale Modulationsart...

- **zweistufige Amplitudenumtastung**
- **redundanzoptimiertes Alphabet mit Fehlerkorrektur**
- **maximale Energieausbeute**

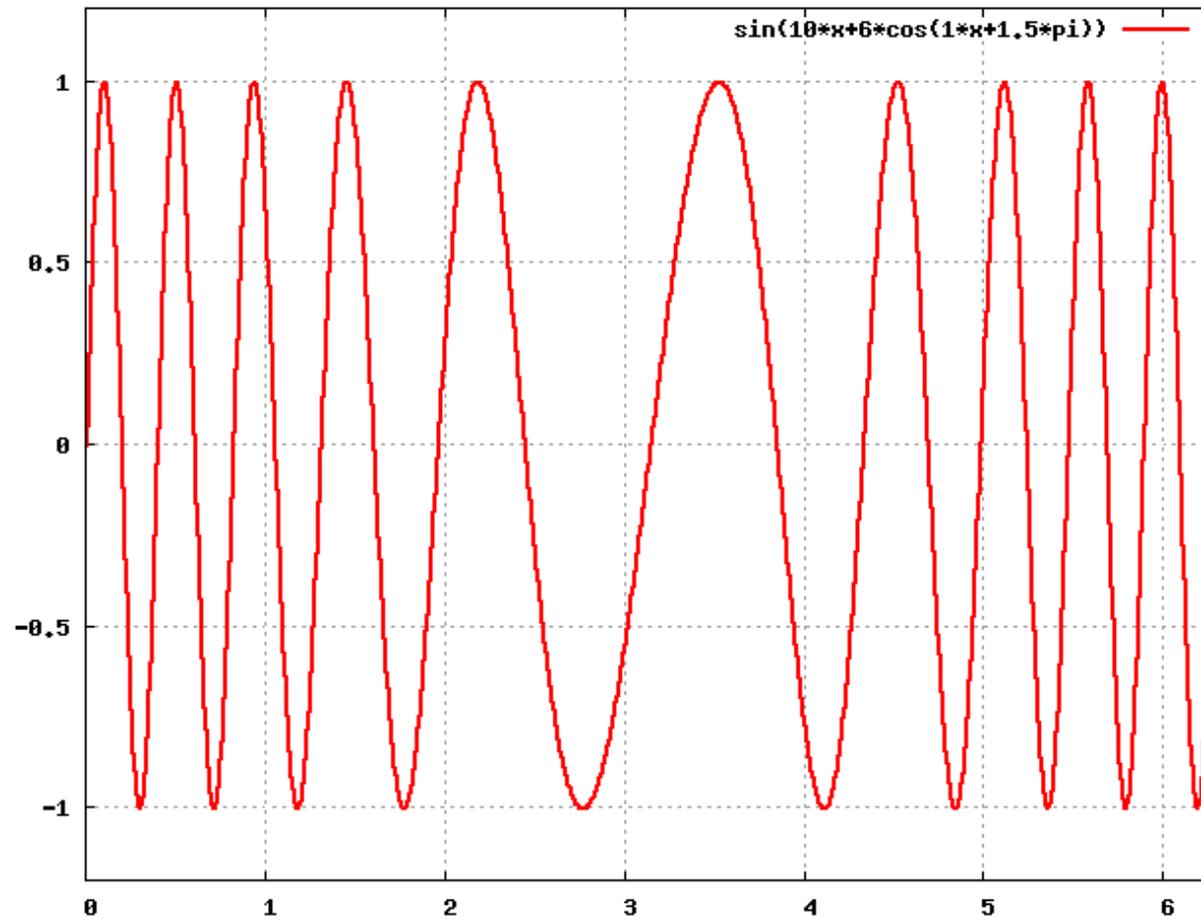
Was kann man mit einer periodischen Schwingung tun, um Information zu übertragen?



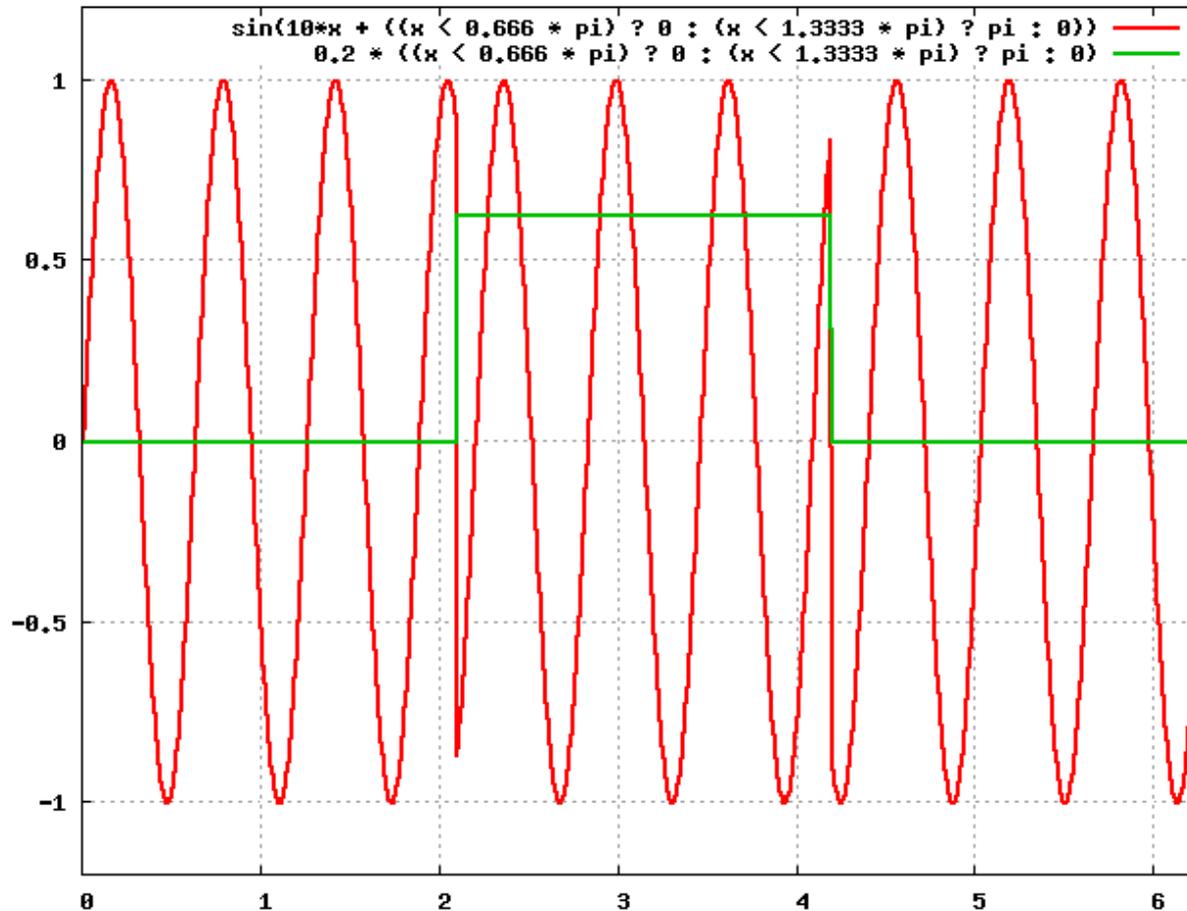
...man kann die Amplitude verändern...



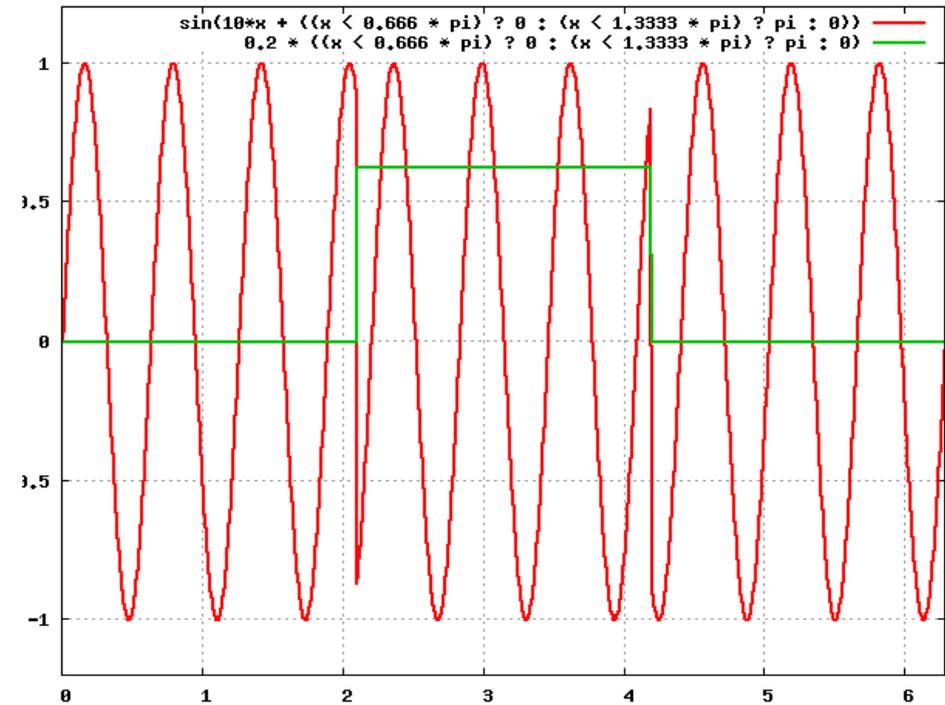
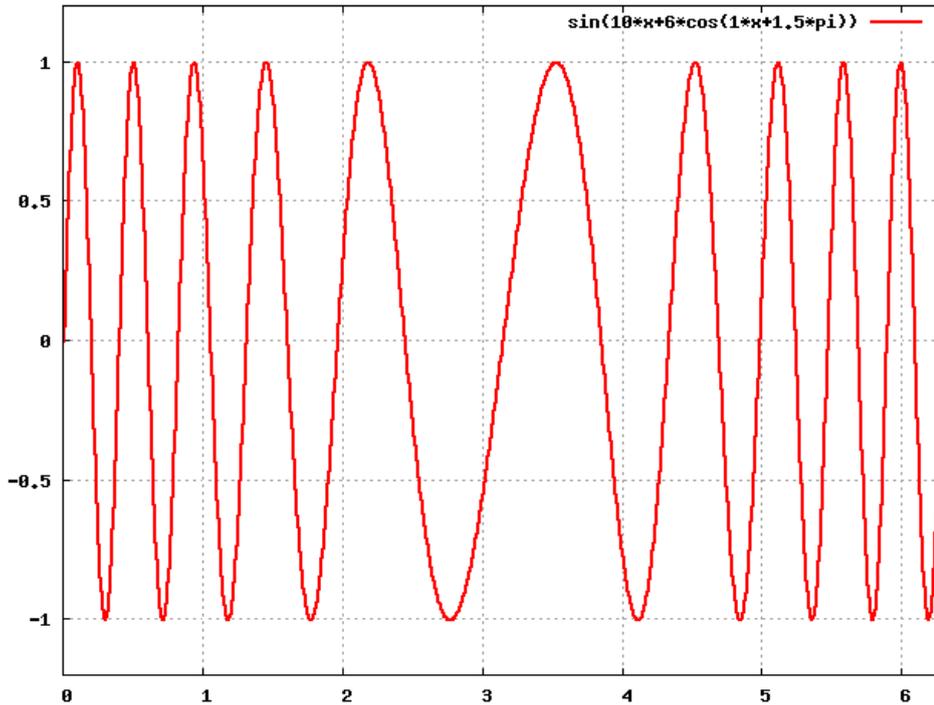
...oder Frequenz verändern...



...oder an der Phase herumdrehen...



Wichtig: Phase und Frequenz beeinflussen sich!



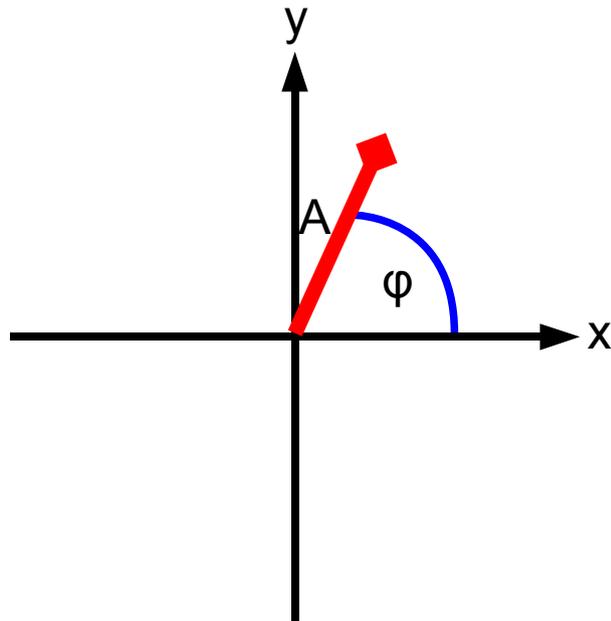
Das „Zurückschieben“ der Phase ergibt eine höhere Frequenz!

Das „Vorschieben“ der Phase ergibt eine niedrigere Frequenz!

Folgende Modulationen sind also gleichzeitig möglich:

- **Amplitude-Modulation**
- **Phasen-Modulation**

Nachdem die Modulation zweidimensional ist, bietet es sich an, die Zustände in einer Ebene darzustellen:



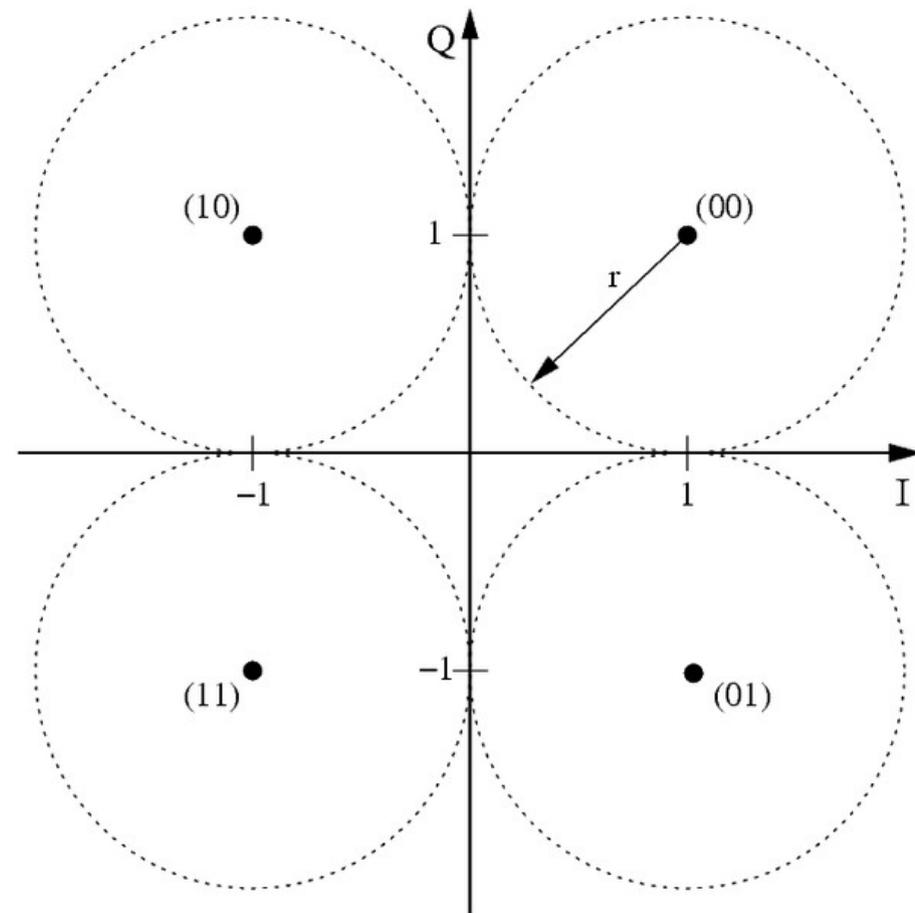
$$x = A \cdot \cos(\varphi)$$

$$y = A \cdot \sin(\varphi)$$

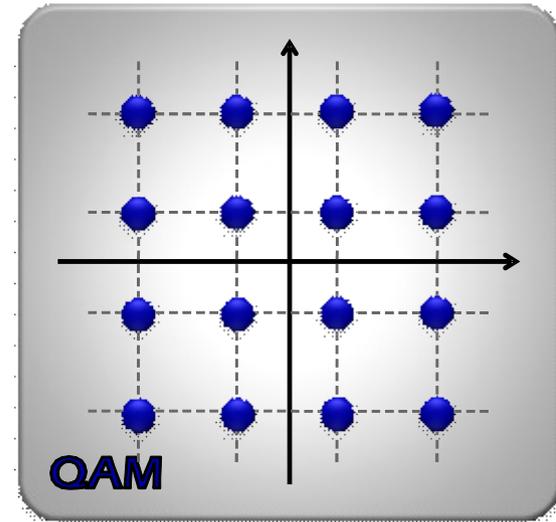
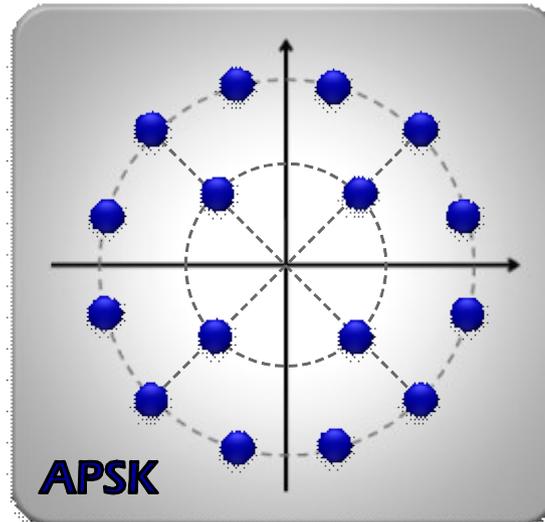
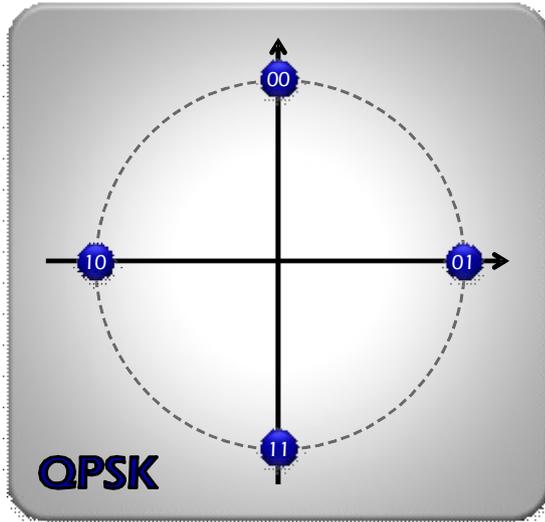
$$A = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

Unterschiedliche Bits können also als „Konstellationen“ in der Ebene dargestellt werden:



x und y werden nicht verwendet, sondern I und Q genannt!

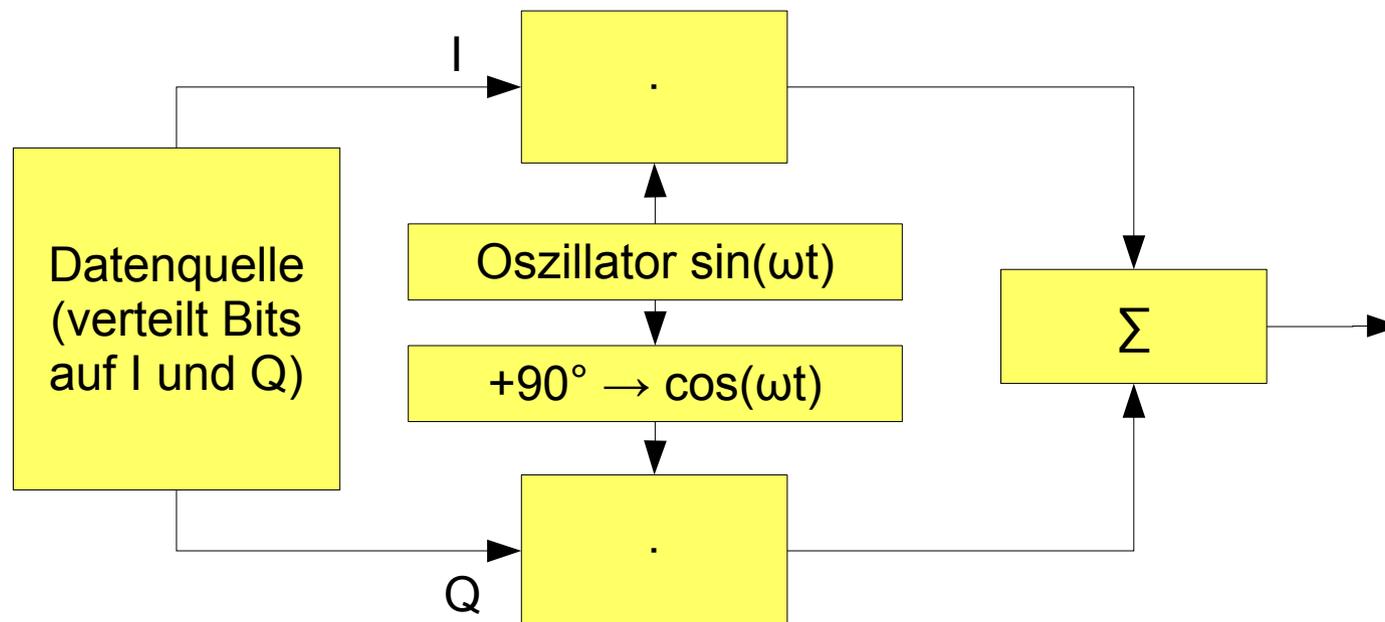


- **Abstand der Punkte ist entscheidend für notwendige Signalqualität**
- **Grey-Coding: Benachbarte Symbole unterscheiden sich in möglichst wenig Bits**
- **Problem bei QAM: Maximale Amplitude wird nur selten benutzt**
- **Zum Verstärken sind lineare Endstufen notwendig**

Praktisch wird also ein Modulator mit folgenden Eigenschaften benötigt:

- Amplitude muß veränderbar sein
- Phase muß veränderbar sein

...und für hohe Symbolraten: beides **trägheitsfrei**...



Warum funktioniert das Multiplizieren mit sin und cos?

$$A_0 \sin(x) + A_1 \cos(x) = \sqrt{A_0^2 + A_1^2} \cdot \sin\left(x + \arctan\left(\frac{A_1}{A_0}\right)\right)$$

$$I \sin(\omega t) + Q \cos(\omega t) = \sqrt{I^2 + Q^2} \cdot \sin\left(\omega t + \arctan\left(\frac{Q}{I}\right)\right)$$

↑
Länge des Vektors

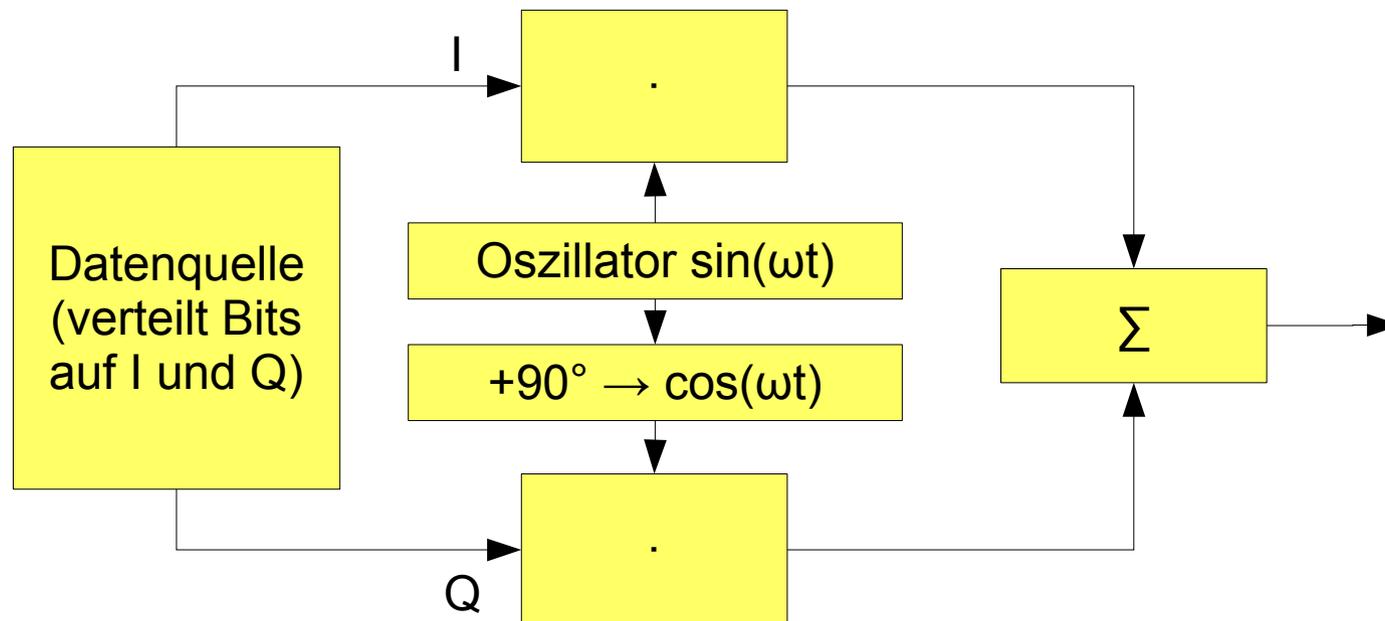
↑
Steigung des Vektors

$$\omega = 2\pi f$$

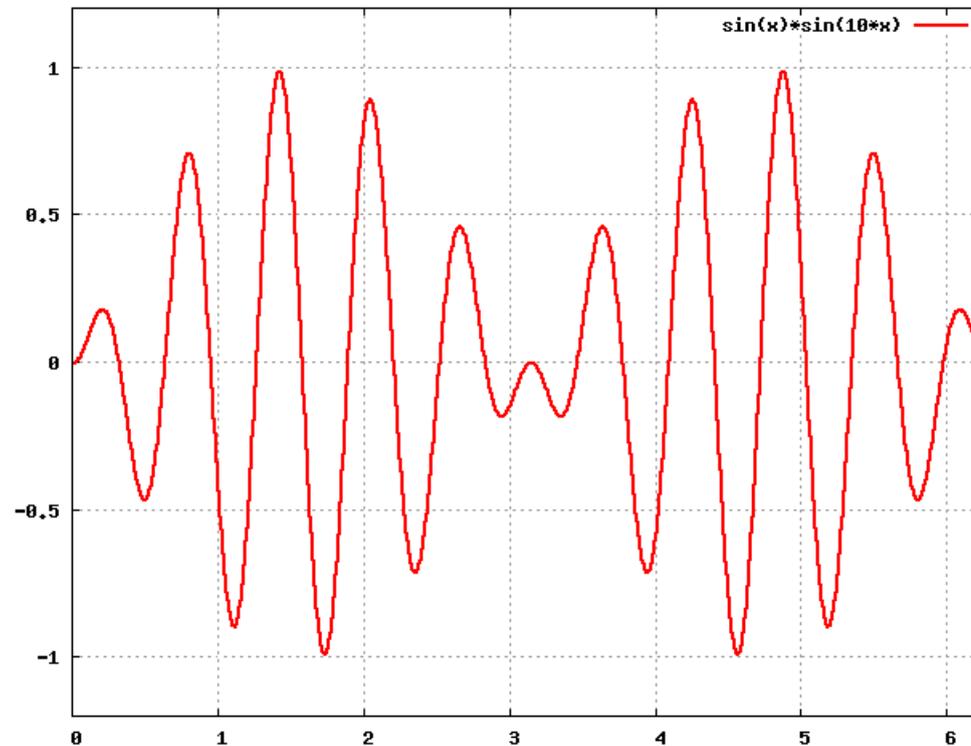
Qualitätskriterien:

- Oszillator muß sehr frequenzstabil sein
- Phasenrauschen ist absolut tödlich
- Der 90°-Phasenschieber sollte wirklich 90° machen...

...und da das alles nicht einzuhalten ist, muß der Empfänger die Fehler wegrechnen...



Mit der Datenrate steigt die verbrauchte Bandbreite:



$$y = \sin(x) \cdot \sin(10x)$$

Ein Blick in die Formelsammlung zeigt:

$$\sin(x) \sin(y) = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

$$A_0 \sin(\omega_0 t) A_1 \sin(\omega_1 t) = \frac{A_0 A_1}{2} \{ \cos[(\omega_0 - \omega_1)t] - \cos[(\omega_0 + \omega_1)t] \}$$

**Beim Multiplizieren zweier Sinus-Signale ergibt sich ein Signal mit einer durchschnittlichen Amplitude und zwei Frequenz-Komponenten:
Summe und Differenz der beiden Ursprungs-Frequenzen**

Warum darf ich das Daten-Signal als Sinus vereinfacht darstellen (und nicht als Rechteck-Signal)?

Weil laut Fourier jedes Signal als eine Summe von Sinus-Signalen dargestellt werden kann (wenn man unendlich viel Zeit hat...)

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t))$$

Wie viel Datenrate passt in einen Kanal mit bestimmter Breite?

Shannon-Hartley-Gesetz: $C_s = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$

Bei 35dB SNR und 2.2MHz Bandbreite sind maximal 17.7MBit/s möglich – vgl. ADSL2+

Datenrate: 9600 Bit/s

Modulation: QAM-16

Symbolrate: 2400 Baud

Anzahl Träger: 1

Trägerfrequenz: 1800Hz

Symboldauer: 416 μ S



Datenrate: 55 MBit/s

Modulation: QPSK

Symbolrate: 27500 kBaud

Anzahl Träger: 1

Trägerfrequenz: 11GHz

Symboldauer: 36nS

**Ein Bit ist 11m „lang“, d.h. zwischen Astra
und hier stehen ca. 700KByte in der Luft**



Datenrate: 270 kBit/s

Modulation: GMSK, 8PSK (EGDE)

Symbolrate: 270 kBaud

Anzahl Träger: 1

Trägerfrequenz: 900MHz

Symboldauer: 4 μ S (3km)



Datenrate: 960 kBit/s

Modulation: QPSK (CDMA!)

Symbolrate: 1920 kBaud

Anzahl Träger: 1

Trägerfrequenz: 1900MHz

Symboldauer: 260nS (78m)



Datenrate: 55 MBit/s

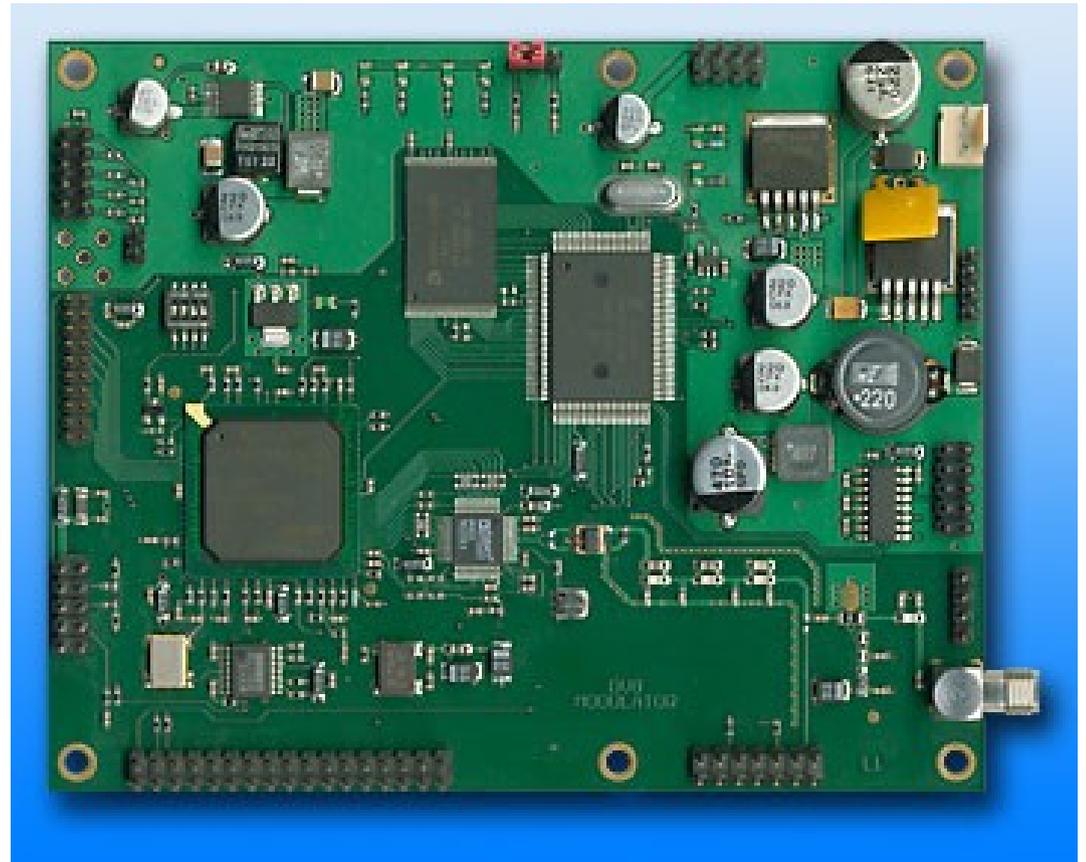
Modulation: QAM256

Symbolrate: 6900 kBaud

Anzahl Träger: 1

Trägerfrequenz: 500MHz

Symboldauer: 144nS



Datenrate: 33 MBit/s

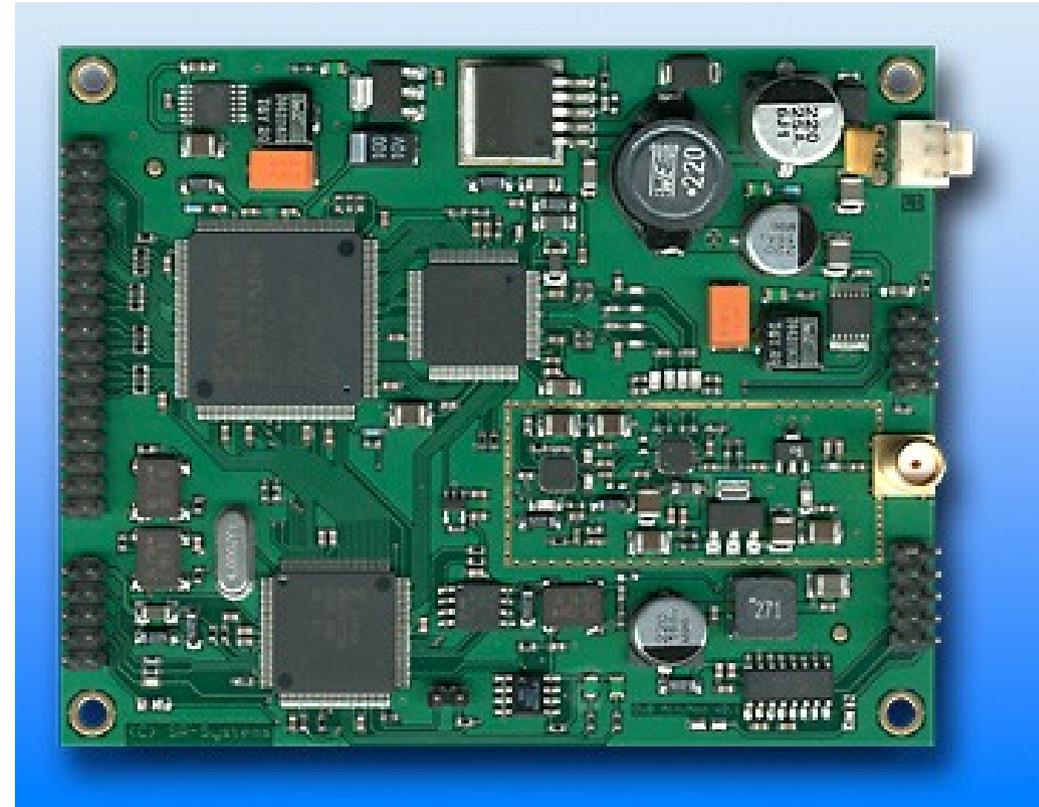
Modulation: QAM64

Symbolrate: 1.1 kBaud

Anzahl Träger: 6817

Trägerfrequenz: 500MHz

Symboldauer: 896 μ S (269km)



Datenrate: 56 MBit/s

Modulation: QAM64

Symbolrate: 250 kBaud

Anzahl Träger: 56

Trägerfrequenz: 2400MHz

Symboldauer: 4 μ S (1.2km)



Datenrate: 75 MBit/s

Modulation: QAM64

Symbolrate: 15 kBaud

Anzahl Träger: 2048

Trägerfrequenz: 3300MHz

Symboldauer: 66 μ S (19.8km)



Datenrate: 16 MBit/s

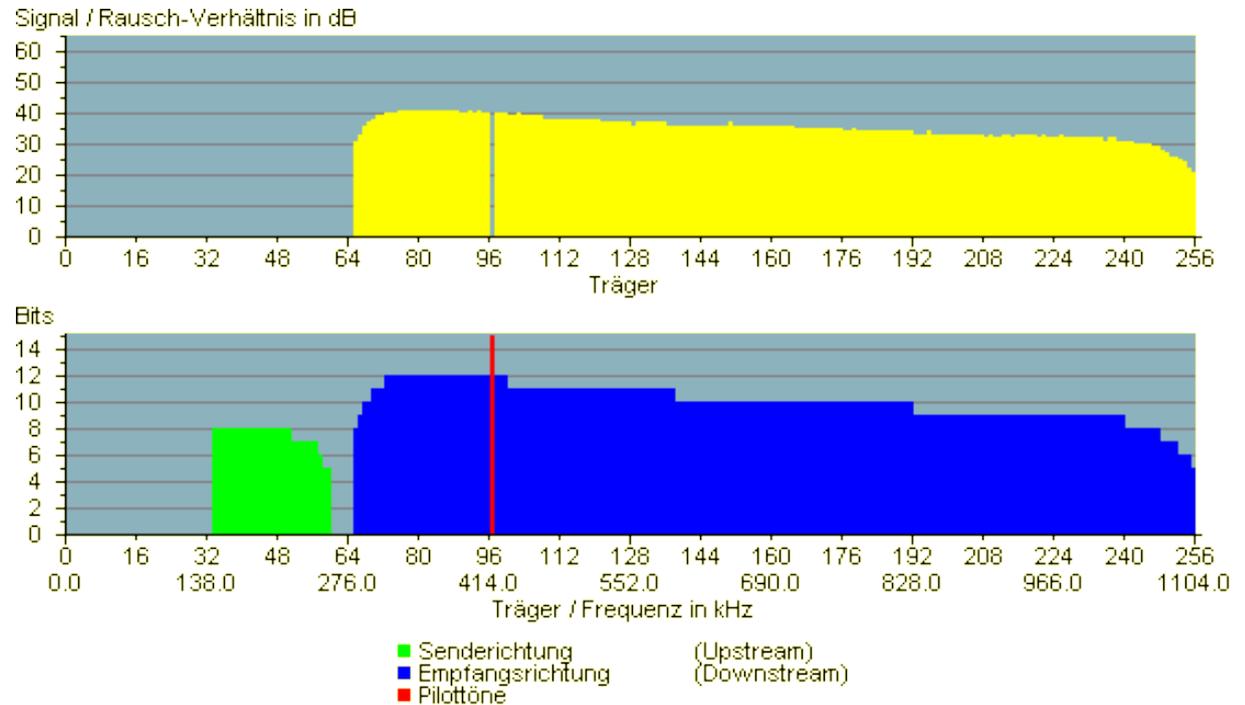
Modulation: QAM64

Symbolrate: 15 kBaud

Anzahl Träger: 512

Trägerfrequenz: 160Hz

Symboldauer: 592µs



NO CARRIER

Fragen? Anregungen?